

## Ключи. 9 класс

9.1. Решите уравнение  $4x^2+9y^2+16z^2-4x-6y-8z+3=0$

Ответ.  $x=1/2, y=1/3, z=1/4$

Решение. Выделим полные квадраты. Получим

$(2x-1)^2 + (3y-1)^2 + (4z-1)^2 = 0$ . Т. к. сумма трёх квадратов равна нулю, каждый из них должен равняться нулю. Получим ответ.

9.2. Построить график функции  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}}(x^2-3)$ .

Учесть ООФ  $x \geq -2$ . График- часть параболы.

9.3. Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроём?

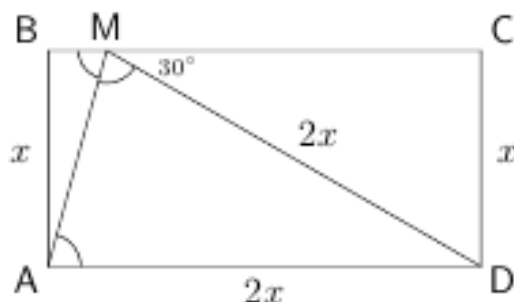
Ответ. 16 часов.

Решение. За один час Игорь и Паша красят  $1/20$  забора, Паша и Володя красят  $1/24$  забора, а Володя и Игорь — за  $1/30$  забора. Работая вместе, за один час два Игоря, Паши и Володи покрасили бы:

$1/20+1/24+1/30=15/120=1/8$  забора. Тем самым, они могли бы покрасить один забор за 8 часов. Поскольку каждый из мальчиков был учтен два раза, в реальности Игорь, Паша и Володя могут покрасить забор за 16 часов.

**Задача 4.** В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M \in BC$ ;  $AD = 2AB$ . Найдите  $\angle AMB$ , если  $\angle AMB = \angle AMD$ .

◀ Ответ.  $75^\circ$ . Обозначим  $AB = x$ ,  $AD = 2x$ . Имеем  $\angle MAD = \angle AMB$  (как накрест лежащие), поэтому треугольник  $ADM$  равнобедренный (в нем  $\angle MAD = \angle AMD$ ), так что  $MD = AD = 2x$ . Поскольку  $ABCD$  — прямоугольник, то  $CD = AB = x$ .



В прямоугольном треугольнике  $MCD$  гипотенуза  $MD$  в два раза больше катета  $CD$ , следовательно,  $\angle CMD = 30^\circ$ . Тогда  $\angle AMB = \angle AMD = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$ . ▶

**9.5.** На доске были записаны 10 последовательных натуральных чисел. Когда стерли одно из них, то сумма девяти оставшихся стала равна 2002. Какие числа остались на доске?

**Ответ.** 218,219,220,221,222,224,225,226,227

**Решение.**  $x$  - наименьшее из чисел,  $(x + y)$  - вычеркнутое число, получим уравнение

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) + (x + 5) + (x + 6) + (x + 7) + (x + 8) + (x + 9) - (x + y) = 2002$$

$$10x + 45 - (x + y) = 2002$$

$$9x = 1957 + y$$

Тогда  $(1957 + y)$  делится на 9, учитывая, что  $y$  меньше 9.  $y = 5$ ,  $x = 218$ , отсюда ответ.