

Школьная олимпиада по математике, 2016/2017
11 класс

11.1. Определите, является ли число рациональным.

$$\sqrt{6+4\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}.$$

11.2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy + x = 10; \\ y^2 + xy + y = 20. \end{cases}.$$

11.3. Дана трапеция, в которую можно вписать окружность. Докажите, что окружности, построенные на её боковых сторонах, как на диаметрах, касаются друг друга.

11.4. Изобразите на координатной плоскости xOy все точки, координаты которых удовлетворяют уравнению $(x^2 + 2x + 4)(y^2 - 6y + 11) = 6$.

11.5. Докажите неравенство:

$$\frac{(a+1)^2}{b} + \frac{(b+1)^2}{a} \geq 8, \text{ где } a > 0, b > 0.$$

Школьная олимпиада по математике, 2016/2017
11 класс

11.1. Определите, является ли число рациональным.

$$\sqrt{6+4\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}.$$

11.2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy + x = 10; \\ y^2 + xy + y = 20. \end{cases}.$$

11.3. Дана трапеция, в которую можно вписать окружность. Докажите, что окружности, построенные на её боковых сторонах, как на диаметрах, касаются друг друга.

11.4. Изобразите на координатной плоскости xOy все точки, координаты которых удовлетворяют уравнению $(x^2 + 2x + 4)(y^2 - 6y + 11) = 6$.

11.5. Докажите неравенство:

$$\frac{(a+1)^2}{b} + \frac{(b+1)^2}{a} \geq 8, \text{ где } a > 0, b > 0.$$