

Ответы и решения
к задачам муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по физике в 2016/2017 учебном году

11 класс

1. Ответ: Минимальная скорость жучка равна $\frac{wR}{\sqrt{2}}$.

Решение: Скорость жучка относительно земли равна векторной сумме его скорости относительно диска и скорости той точки диска, в которой в данный момент находится жучок. Поскольку складываемые скорости взаимно перпендикулярны, величина скорости жучка относительно земли U находится по теореме Пифагора:

$$U = w\sqrt{2r^2 - 2Rr + R^2}.$$

Минимальное значение скорости U достигается в вершине параболы $r^* = R/2$ и равно $\frac{wR}{\sqrt{2}}$.

2. Ответ: Ускорение бруска равно g и направлено вертикально вверх. Ускорение клина равно g и направлено горизонтально (вдоль действующей на клин силы $2mg$).

Решение: Поскольку масса клина пренебрежимо мала, горизонтальная проекция силы, действующей на клин со стороны бруска, равна $2mg$, а сама сила равна $2\sqrt{2}mg$. Такая же сила действует и на брусок со стороны клина. Из второго закона Ньютона для бруска находим, что его ускорение равно g и направлено вертикально вверх. Так как брусок не отрывается от клина, горизонтальное ускорение клина равно вертикальному ускорению бруска.

3. Ответ: Искомый угол определяется формулой $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ и примерно равен 35° . Максимальный

импульс равен $m\sqrt{gL} \frac{2}{\sqrt{3\sqrt{3}}} \gg 0,9m\sqrt{gL}$.

Решение: Поскольку на систему не действуют внешние силы вдоль спицы, горизонтальный импульс системы остается равным нулю. Вертикальный импульс системы равен вертикальному импульсу шарика (кольцо может двигаться только по горизонтали). Максимальное значение вертикального импульса шарика достигается в момент, когда ускорение шарика направлено горизонтально. Из второго закона Ньютона для шарика в проекции на вертикаль следует, что в этот момент сила натяжения нити T равна $mg/\sin \alpha$. Для нахождения угла α запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на нить и закон сохранения энергии, считая кольцо неподвижным:

$$\frac{mV^2}{L} = T - mgL \sin \alpha = \frac{mg}{\sin \alpha} - mgL \sin \alpha, \quad \frac{mV^2}{2} = mgL \sin \alpha.$$

Данное приближение оправдано, поскольку скорость и ускорение кольца пренебрежимо малы по сравнению со скоростью и ускорением шарика. Из приведенных уравнений находим $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ и

скорость шарика $V = \sqrt{\frac{2gL}{\sqrt{3}}}$. Вертикальный импульс шарика (системы) равен $mV \cos \alpha$.

Подчеркнем, что, несмотря на малую скорость кольца, его горизонтальный импульс в любой момент равен по величине горизонтальному импульсу шарика. При закрепленном кольце максимальный импульс системы достигался бы в нижней точке траектории шарика.

4. Ответ: Работа электрических сил равна 0 в первой цепи, 0 во второй и $E^2 R / (R + r)^2$ в третьей.

Решение: Работа электрических сил на участке 1-2 за единицу времени равна $I(\varphi_1 - \varphi_2)$, где I – сила тока, а $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов между точками 1 и 2. В первой цепи $I = 0$, во второй $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, в третьей $I = E / (R + r)$ и $\varphi_1 - \varphi_2 = ER / (R + r)$.

5. Ответ: Отношение нового периода к старому составит $\frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}}$.

Решение: Старый период равен $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, а новый $T_{\text{н}} = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} + \pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$.

Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.

10 класс

1. Ответ: Минимальная скорость жучка равна $\frac{wR}{\sqrt{2}}$.

Решение: Скорость жучка относительно земли равна векторной сумме его скорости относительно диска и скорости той точки диска, в которой в данный момент находится жучок. Поскольку складываемые скорости взаимно перпендикулярны, величина скорости жучка относительно земли U находится по теореме Пифагора:

$$U = w\sqrt{2r^2 - 2Rr + R^2}.$$

Минимальное значение скорости U достигается в вершине параболы $r^* = R/2$ и равно $\frac{wR}{\sqrt{2}}$.

2. Ответ: Камень будет на высоте $\frac{V_0^2}{6g}$. Максимальная скорость тени равна $2V_0 \cos 15^\circ$.

Решение: Скорость движения тени по земле обратится в нуль в момент, когда вектор скорости камня будет направлен навстречу лучам света, т.е. под углом 30° к земле. Вертикальная скорость камня в этот момент равна

$$V_0 \cos 45^\circ \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{V_0}{\sqrt{6}},$$

где $V_0 \cos 45^\circ$ - горизонтальная скорость камня, не меняющаяся в ходе полета. Высоту h камня над землей в этот момент найдем из формулы

$$\frac{V_0^2}{2} - \frac{V_0^2}{6} = 2gh.$$

Скорость тени будет максимальной непосредственно перед ударом камня о землю. Скорость камня при этом равна V_0 , ее проекция на перпендикулярное к лучам направление равна $V_0 \cos 15^\circ$, а скорость тени равна $V_0 \cos 15^\circ / \sin 30^\circ = 2V_0 \cos 15^\circ$.

3. Ответ: При движении бруска вверх сила трения равна $mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \cos \alpha$. При движении бруска вниз сила трения равна $mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cos \alpha$.

Решение: Искомую силу трения можно найти, записывая второй закон Ньютона для бруска и рассматривая условие баланса сил, действующих на клин. Однако, проще решить задачу, используя то обстоятельство, что искомая сила трения является единственной горизонтальной внешней силой, изменяющей горизонтальную проекцию импульса системы «брусок-клин». Таким образом, $F_{\text{тр}} = ma_{\text{гор}}$, где $a_{\text{гор}}$ - горизонтальная компонента ускорения бруска.

4. Ответ: Искомый угол определяется формулой $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ и примерно равен 35° . Максимальный

импульс равен $m\sqrt{gL} \frac{2}{\sqrt{3\sqrt{3}}} \gg 0,9m\sqrt{gL}$.

Решение: Поскольку на систему не действуют внешние силы вдоль спицы, горизонтальный импульс системы остается равным нулю. Вертикальный импульс системы равен вертикальному импульсу шарика (кольцо может двигаться только по горизонтали). Максимальное значение вертикального

импульса шарика достигается в момент, когда ускорение шарика направлено горизонтально. Из второго закона Ньютона для шарика в проекции на вертикаль следует, что в этот момент сила натяжения нити T равна $mg/\sin\alpha$. Для нахождения угла α запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на нить и закон сохранения энергии, считая кольцо неподвижным:

$$\frac{mV^2}{L} = T - mgL\sin\alpha = \frac{mg}{\sin\alpha} - mgL\sin\alpha, \quad \frac{mV^2}{2} = mgL\sin\alpha.$$

Данное приближение оправдано, поскольку скорость и ускорение кольца пренебрежимо малы по сравнению со скоростью и ускорением шарика. Из приведенных уравнений находим $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ и

скорость шарика $V = \sqrt{\frac{2gL}{\sqrt{3}}}$. Вертикальный импульс шарика (системы) равен $mV\cos\alpha$.

Подчеркнем, что, несмотря на малую скорость кольца, его горизонтальный импульс в любой момент равен по величине горизонтальному импульсу шарика. При закрепленном кольце максимальный импульс системы достигался бы в нижней точке траектории шарика.

5. Ответ: Сопротивление резистора равно 1 Ом. В цепи выделяется мощность 15 Вт.

Решение: Ток через неизвестный резистор равен, очевидно, 1 А и течет сверху вниз. Из соображений симметрии ясно, что через резисторы 1 Ом и 3 Ом верхнего участка цепи текут соответственно токи 2 А и 1 А. Приравнявая напряжение, например, на левом нижнем резисторе и сумму напряжений на левом верхнем и неизвестном резисторах, находим, что сопротивление неизвестного резистора равно 1 Ом. Зная токи и сопротивления для всех резисторов, легко найти полную мощность.

Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.

9 класс

1. Ответ: Частицы разойдутся на максимальное расстояние $\frac{9V_0^2}{4a}$ за время $\frac{3V_0}{2a}$.

Решение: Скорости частиц изменяются во времени по законам

$$V_{1x} = V_0 - at, \quad V_{2x} = -2V_0 + at.$$

Расстояние между частицами станет максимальным в тот момент, когда скорости частиц окажутся равными. Приравнявая V_{1x} и V_{2x} , находим этот момент времени: $t^* = 3V_0/(2a)$. Записываем далее формулу для разности координат частиц

$$x_1 - x_2 = 3V_0t - at^2$$

и, подставляя в нее t^* , находим максимальное расстояние между частицами: $(x_1 - x_2)_{\max} = \frac{9V_0^2}{4a}$.

2. Ответ: Тело бросили с высоты 40 м.

Решение: Обозначим через t время падения тела с максимальной высоты 45 м и найдем его из соотношения $45 = gt^2/2$, где $g = 10 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения. Получим $t = 3 \text{ с}$. За время $t - 1 = 2 \text{ с}$ тело прошло вниз от верхней точки расстояние $g(t - 1)^2/2 = 20 \text{ м}$, а за последнюю секунду полета, следовательно, расстояние $45 - 20 = 25 \text{ м}$. Отсюда находим, что полный путь тела равен 50 м. Это означает, что тело было брошено с высоты 40 м.

3. Ответ: Вес балки равен 40 000 Н. Балку нужно передвинуть на 0,6 м влево.

Решение: Вес балки находится как разность сил со стороны нижнего (50 000 Н) и верхнего (10 000 Н) упоров: $50\,000 \text{ Н} - 10\,000 \text{ Н} = 40\,000 \text{ Н}$. Запишем далее условие равенства действующих на балку моментов сил относительно, например, ее левого конца (левого упора), прикладывая силу тяжести к центру балки. Отсюда находим, что расстояние от левого конца балки до правого упора равно 2,4 м. Чтобы сила со стороны левого упора обратилась в нуль, следует передвинуть балку влево так, чтобы ее центр оказался над правым упором, т.е. на 0,6 м.

4. Ответ: Плотность материала шара равна 600 кг/м^3 .

Решение: Запишем условия баланса сил для шара, удерживаемого полностью погруженным в воду,

$$F_{A1} = mg + F_1$$

и для шара, погруженного в керосин,

$$F_{A2} = mg + F_2.$$

Здесь F_{A1} и F_{A2} – силы Архимеда, m – масса шара, g – ускорение свободного падения, а F_1 и F_2 – удерживающие силы. Учитывая, что $F_1 = 2F_2$ и $F_{A2} = 0,8F_{A1}$, получаем из приведенных выше уравнений $0,6F_{A1} = mg$. Отсюда следует соотношение между плотностью тела ρ_t и плотностью воды ρ_v : $\rho_t = 0,6\rho_v$.

5. Ответ: Сопротивление резистора равно 1 Ом. В цепи выделяется мощность 15 Вт.

Решение: Ток через неизвестный резистор равен, очевидно, 1 А и течет сверху вниз. Из соображений симметрии ясно, что через резисторы 1 Ом и 3 Ом верхнего участка цепи текут соответственно токи 2 А и 1 А. Приравнявая напряжение, например, на левом нижнем резисторе и сумму напряжений на левом верхнем и неизвестном резисторах, находим, что сопротивление неизвестного резистора равно 1 Ом. Зная токи и сопротивления для всех резисторов, легко найти полную мощность.

Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.

8 класс

1. Ответ: Длина участка с большей допустимой скоростью может иметь два значения: 120 км и 320 км.

Решение: В задаче возможны два случая. Рассмотрим вначале случай, когда автомобили встретились на том участке, где допустимая скорость меньше. В этом случае один из автомобилей все 2 часа до встречи двигался по этому участку и, следовательно, прошел путь $60 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 120 \text{ км}$. Другой автомобиль некоторое время t двигался по участку, где допустимая скорость равна 120 км/ч , и время $2 - t$ по участку, где допустимая скорость равна 60 км/ч . Таким образом, этот автомобиль прошел путь $120 \cdot t + 60 \cdot (2 - t) = 60 \cdot t + 120$. Записывая условие, что путь второго автомобиля в 1,5 раза больше пути первого, т.е.

$$60 \cdot t + 120 = 1,5 \cdot 120,$$

находим, что $t = 1 \text{ ч}$. Затем находим длину участка с большей допустимой скоростью: $120 \cdot t = 120 \text{ км}$.

Рассмотрим теперь случай, когда автомобили встретились на участке с большей допустимой скоростью. Тогда один из них все 2 часа двигался со скоростью 120 км/ч и прошел путь 240 км , а другой - некоторое время t двигался со скоростью 60 км/ч и время $2 - t$ со скоростью 120 км/ч , так что его путь составил $60 \cdot t + 120 \cdot (2 - t) = 240 - 60 \cdot t$. Путь первого автомобиля в 1,5 раза больше пути второго, т.е. $240 = 1,5 \cdot (240 - 60 \cdot t)$. Отсюда получаем $t = 4/3 \text{ ч}$. Длину участка с большей скоростью находим как $120 \cdot (2 - t) + 240 = 320 \text{ км}$.

2. Ответ: Максимальная относительная скорость ниппелей равна $2V$.

Решение: Относительная скорость ниппелей достигает максимального значения в моменты, когда ниппель на колесе большего радиуса оказывается в верхней точке и, следовательно, его скорость равна $2V$. При этом ниппель на колесе меньшего радиуса находится в нижней точке и имеет нулевую скорость.

3. Ответ: Вес балки равен $40\,000 \text{ Н}$. Балку нужно передвинуть на $0,6 \text{ м}$ влево.

Решение: Вес балки находится как разность сил со стороны нижнего ($50\,000 \text{ Н}$) и верхнего ($10\,000 \text{ Н}$) упоров: $50\,000 \text{ Н} - 10\,000 \text{ Н} = 40\,000 \text{ Н}$. Запишем далее условие равенства действующих на балку моментов сил относительно, например, ее левого конца (левого упора), прикладывая силу тяжести к центру балки. Отсюда находим, что расстояние от левого конца балки до правого упора равно $2,4 \text{ м}$. Чтобы сила со стороны левого упора обратилась в нуль, следует передвинуть балку влево так, чтобы ее центр оказался над правым упором, т.е. на $0,6 \text{ м}$.

4. Ответ: Плотность материала шара равна 600 кг/м^3 .

Решение: Запишем условия баланса сил для шара, удерживаемого полностью погруженным в воду,

$$F_{A1} = mg + F_1$$

и для шара, погруженного в керосин,

$$F_{A2} = mg + F_2.$$

Здесь F_{A1} и F_{A2} – силы Архимеда, m – масса шара, g – ускорение свободного падения, а F_1 и F_2 – удерживающие силы. Учитывая, что $F_1 = 2F_2$ и $F_{A2} = 0,8F_{A1}$, получаем из приведенных выше уравнений $0,6F_{A1} = mg$. Отсюда следует соотношение между плотностью тела ρ_t и плотностью воды ρ_v : $\rho_t = 0,6\rho_v$.

Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.

7 класс

1. Ответ: Длина пути между городами может иметь два значения: 300 км и 400 км.

Решение: В задаче возможны два случая. Рассмотрим вначале случай, когда автомобили встретились на том участке, где допустимая скорость меньше. В этом случае один из автомобилей все 2 часа до встречи двигался по этому участку и, следовательно, прошел путь $60 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 120 \text{ км}$. Другой автомобиль за это время прошел в 1,5 раза больший путь 180 км. Длина пути между городами равна сумме путей, пройденных автомобилями, т.е. 300 км.

В случае, если автомобили встретились на участке с большей допустимой скоростью, один из них все 2 часа двигался со скоростью 120 км/ч и, следовательно, прошел путь 240 км. Другой автомобиль прошел в 1,5 раза меньший путь 160 км. Длина пути между городами равна сумме пройденных автомобилями путей, т.е. 400 км.

2. Ответ: Максимальное отношение средних скоростей равно $3/2$. Минимальное отношение равно $83/82$.

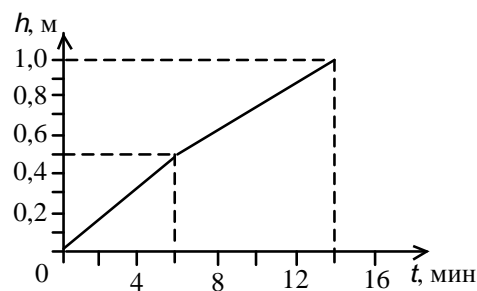
Решение: Максимальным отношение будет в том случае, когда одна команда состоит полностью из мальчиков, а другая – из девочек. Минимальным отношение будет в случае, когда в команде-победительнице будет 16 мальчиков и 14 девочек, а в проигравшей команде 16 девочек и 14 мальчиков.

3. Ответ: Максимальная относительная скорость ниппелей равна $2V$.

Решение: Относительная скорость ниппелей достигает максимального значения в моменты, когда ниппель на колесе большего радиуса оказывается в верхней точке и, следовательно, его скорость равна $2V$. При этом ниппель на колесе меньшего радиуса находится в нижней точке и имеет нулевую скорость.

4. Ответ: См. график.

Решение: Пока камень не окажется полностью погруженным в воду скорость подъема уровня воды будет в $4/3$ раза больше, чем в отсутствие камня, т.е. $1/12 \text{ м}^3/\text{мин}$ (площадь основания камня составляет $1/4$ от площади дна аквариума). Следовательно, до высоты 0,5 м уровень воды поднимется за 6 минут. Далее уровень воды будет подниматься со скоростью $1/16 \text{ м}^3/\text{мин}$, как и в отсутствие камня, так что уровень воды достигнет краев аквариума еще через 8 минут. Полное время заполнения аквариума с камнем составит, таким образом, 14 минут.



Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.