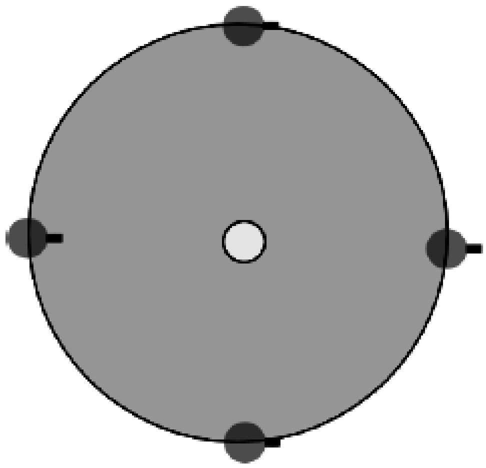
ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

ВсОШ, муниципальный этап 2014

7-8 классы

1. Будет. В течение года Солнце будет освещать разные полушария Земли.



2. На первом рисунке показано видимое движение звезд в средних широтах северного полушария. Звезды, по мнению художника, восходят на западе, заходят на востоке. Это грубая ошибка. На втором рисунке Земля повернута северным полюсом к Солнцу. Не нарисована область полутени и значительно превышены размеры лунной тени на поверхности Земли.

3. Кроме наклона орбиты Луны к плоскости эклиптики следует учитывать и параллакс Луны ($57{,}3'$). Поэтому, перечень созвездий: Рыбы, Овен, Кит, Орион, Возничий, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Секстант, Ворон, Дева, Весы, Скорпион, Змееносец, Стрелец, Козерог, Водолей.

4. Все перечисленные объекты, кроме созвездия, являются реально существующими астрономическими объектами, а созвездие - это область на небесной сфере, произвольно выделенная человеком, объекты которой в общем случае не связаны между собой.

5. Это северный и южный полюса.

6. Движение стоящего на экваторе человека относительно центра планеты возникает вследствие вращения этой планеты вокруг своей оси. Каждая точка экватора планеты, совершая полный оборот в 360°, проходит при этом путь, равный длине окружности экватора $L = 2\pi R$, где R- радиус планеты. Так как радиус Луны в 4 раза меньше радиуса Земли, то и длина окружности экватора Луны в 4 раза меньше длины экватора Земли. Земля делает полный оборот вокруг своей оси за 1 сутки, а Луна - за 27.3 суток (можно округлить до 30). Таким образом, точка на экваторе Земли проходит в 4 раза больший путь за примерно в 30 раз меньшее время. Следовательно, скорость, с которой человек, стоящий на экваторе Земли, движется относительно ее центра, примерно в 120 раз больше аналогичной скорости для Луны.

ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

ВсОШ, муниципальный этап 2014

9 класс

1. Радиус планеты связан с ее массой и плотностью формулой $R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} \sim \rho^{-1/3}$. Плотность воды составляет 1 г/см^3. Средняя плотность Земли примерно в 5,5 раз больше. Значит, радиус шара с водой будет $\sqrt[3]{5,5} \approx 1,7$ раза больше радиуса Земли, что составит 11300 км. В Солнечной системе таких планет нет, но среди внесолнечных есть экзопланеты подобного размера. Средняя плотность Солнца 1,5 г/см^3, что совсем немного выше плотности воды. Очевидно, что искомый шар будет примерно солнечного размера – 1,1 радиуса Солнца или 800000 км. Таких звезд в Галактике множество.

2. Все перечисленные объекты, кроме созвездия, являются реально существующими астрономическими объектами, а созвездие - это область на небесной сфере, произвольно выделенная человеком, объекты которой в общем случае не связаны между собой.

3. Ускорение свободного падения на поверхности планеты g равно

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

где M и R — масса и радиус планеты. Масса Марса составляет 0.107 от массы Земли, а его радиус — 0.533 радиуса Земли. В итоге, ускорение свободного падения g на Марсе равно 0.377 от этой же величины на Земле. Период колебаний часов T с маятником длины l равен

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

и маятниковые часы на Марсе будут идти в 1.629 раз медленнее, чем на нашей планете.

4. Солнце в течение суток движется по небу, проходя за час 1/24 часть окружности (с угловой скоростью 15°/час). Длина 1/24 экватора Земли составляет около 2 тыс. км, поэтому совершенно очевидно, что искомая параллель должна быть очень близка к полюсу. Тогда можно считать, что Солнце в течение суток движется практически параллельно горизонту. Для того чтобы Солнце «остановилось», очевидно, нужно идти с угловой скоростью, равной угловой скорости Солнца. Скорость пешехода примем за 5 км/ч. Таким образом, на искомой параллели 1/24 часть окружности должна соответствовать 5 км. Следовательно, длина окружности искомой параллели равна $24 \cdot 5 = 120$ км. Отсюда радиус соответствующей параллели $R = 120/(2\pi) \approx 20$ км. Так как этот радиус мал по сравнению с радиусом Земли, то мы можем считать, что расстояние от полюса до точек этой параллели также равно 20 км. Расстояние в один градус по меридиану, как известно, равно около 111 км. 20 км составляют примерно 1/6 часть от 111 км. Следовательно, данная параллель отстоит на 1°/6 от полюса и т.о. широта ее $90° - 1°/6 = 89°50'$ (северной или южной широты).

5. Задание можно выполнить двумя способами. Рассмотрим их поочередно.

1) Пусть на одну чашку рычажных весов положено интересующее нас тело массы m_1 а на вторую — гиря массы m_2. Так как спутник и все тела на нем (в том числе взвешиваемое тело и гиря) имеют в гравитационном поле Земли одинаковое ускорение (непрерывно «падают» на Землю), весы окажутся в состоянии безразличного равновесия. Однако

равновесие нарушится, если весы с находящимися на них телами привести в ускоренное движение. Ведь чтобы разным по массе телам сообщить одинаковое ускорение а, нужны разные силы:

$$F_1 = m_1 a, \ F_2 = m_2 a.$$

Нетрудно добиться, во всяком случае, приблизительно, чтобы стрелка весов не отклонялась от нулевого положения и при ускоренном движении — для этого нужно, чтобы массы тела и гирь были равными.

2) Можно воспользоваться и пружинными весами— динамометром. Если подвесить к нему исследуемое тело и привести систему в движение с некоторым постоянным ускорением а, то указатель динамометра зафиксирует силу

$$F_l = m_l a.$$

Затем следует подвесить вместо тела гирю известной массы m_2 и привести динамометр в движение с тем же ускорением а. В этом случае показания динамометра будут

$$F_2 = m_2 a.$$

Поделив последние два равенства друг на друга почленно, получим

$F_1/F_2 = m_l/ m_2$, откуда $m_l = m_2 F_1/F_2$.

6. Кроме наклона орбиты Луны к плоскости эклиптики следует учитывать и параллакс Луны ($57{,}3'$). Поэтому, перечень созвездий: Рыбы, Овен, Кит, Орион, Возничий, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Секстант, Ворон, Дева, Весы, Скорпион, Змееносец, Стрелец, Козерог, Водолей.

ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

ВсОШ, муниципальный этап 2014

10 класс

1. Ежегодно повторяются те астрономические явления, которые связаны только с движением Земли по орбите вокруг Солнца, то есть равноденствия, солнцестояния и максимумы метеорных потоков. Эти явления повторяются приблизительно в одни и те же даты, например, весеннее равноденствие приходится на 20 или 21 марта, поскольку в нашем календаре есть високосные годы. У метеорных потоков неточное повторение дат максимумов связано также и с дрейфом их радиантов. Остальные упомянутые явления либо имеют периодичность, отличную от земного года (полнолуния, затмения Солнца, затмения Луны, противостояния планет, максимумы блеска переменных звёзд), либо вообще непериодичны (появление ярких комет, вспышки сверхновых).

2. Если космический корабль движется вокруг планеты с выключенными двигателями, то единственной силой, действующей на него, является сила $F_{грав}$ притяжения к планете:

$$F_{грав} = GMm/R^2,$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса планеты, m — масса корабля и R — расстояние между кораблем и центром планеты. При небольшой высоте полета R можно считать равным радиусу планеты (мы полагаем, что она по форме близка к шару).
Выразим массу планеты через ее радиус и среднюю плотность ρ:

$$M = V\rho = (4/3)\pi R^3\rho,$$

и подставим полученное значение M в предыдущую формулу; тогда

$$F_{грав} = (4/3)G\pi R\rho m$$

Поскольку корабль движется по круговой орбите, на него действует центростремительная сила, которую можно записать в виде

$$F_{цс} = mv^2/R = m\omega R = 4\pi^2 mR/T^2,$$

где v — линейная и ω — угловая скорости движения космического корабля, T—период его обращения вокруг планеты. Так как роль центростремительной силы играет сила гравитационного притяжения, можно приравнять правые части двух последних выражений и получить плотность:

$$\rho = 3\pi /GT^2$$

Таким образом, определив с помощью часов период обращения корабля вокруг планеты, можно рассчитать ее среднюю плотность.

3. Основной сложностью задачи является выяснение того, как сосчитать объем тора. Можно считать, что на каждом небольшом участке тор представляет собой «искривленный» цилиндр, объем которого, что легко показать, совпадает с объемом того же цилиндра, но «распрямленного». Т.е., объем тора оказывается равным $2\pi\ 2.5\cdot\pi(1/2)^2 = (5/4)\ \pi^2 \approx 12$ а.е.^{3}. Следовательно, на каждый астероид в среднем приходится объем $12\cdot 10^{\ 6}$а.е.^{3},а среднее расстояние между астероидами равно кубическому корню из этого объема, т.е. ≈ 0.02 а.е

4. Как известно, период обращения тела вокруг Солнца P, выраженный в годах, и большая полуось его орбиты a, выраженная в астрономических единицах, связаны **III** законом Кеплера:

$$P^2 = a^3.$$

Минимальный период, соответствующий минимальной большой полуоси орбиты, определяется тем, что комета должна находиться вне Солнца - большая полуось ее орбиты не может быть меньше радиуса Солнца (на самом деле, конечно, и комета, летающая практически по «поверхности» Солнца, просуществует очень недолго, но для оценки такую комету можно рассмотреть). Радиус Солнца, выраженный в астрономических единицах, равен примерно 1/220 а.е. (это значение можно получить, вспомнив, что угловой размер Солнца на небе составляет около $30'$), поэтому минимальный период окажется равным:

$$P_{min}=(1/220)^{3/2}\approx 3 \text{ часа.}$$

Максимальный период, соответствующий максимальной большой полуоси орбиты, определяется тем, что комета не должна удаляться от Солнца на расстояние, превышающее расстояние до ближайших звезд. В противном случае в окрестности афелия (наиболее удаленной от Солнца точки орбиты) такая комета будет испытывать существенные возмущения со стороны других звезд и с большой вероятностью улетит от Солнца навсегда. Можно также учесть, что наблюдаемые долгопериодические кометы движутся по очень сильно вытянутым орбитам, поэтому максимальное расстояние, на которое они отходят от Солнца, практически равно удвоенной большой полуоси орбиты.

Ближайшая от Солнца звезда *(α* Центавра) находится на расстоянии 1.3 пк, поэтому примем в качестве оценки максимально возможной большой полуоси a = 0.5 пк. Поскольку в 1 парсеке содержится примерно $2 \cdot 10^5$ астрономических единиц (по определению столько же, сколько секунд в радиане), то это означает, что максимально возможный период можно оценить как

$$P_{max} = (10^5)^{3/2} = 10^{7.5} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ лет} = 30 \text{ млн.лет.}$$

5. Освещенность, создаваемая точечным объектом, обратно пропорциональна квадрату расстояния до него. Соответственно, удаленная на расстояние 70 пк звезда будет создавать освещенность, в 100 раз меньшую, чем исходно. Известно, что уменьшение освещенности на два порядка соответствует увеличению звездной величины объекта на 5^m, так что ответ: 11^m.

6. а) Угловой размер самолёта составляет примерно половину лунного диска, т.е. около 15’. При длине самолёта L от 30 до 40 м (современный лайнер) получаем расстояние $3438L/15$, т.е. от 7 до 9 км – волне разумный ответ.

б) Определить стороны горизонта нам поможет рельеф Луны. Лунный терминатор проходит приблизительно с севера на юг (север слева, где Море Дождей). Нос самолёта проецируется на Море Кризисов, следовательно, сверху на картинке лунный восток, смотрящий на земной запад). Направление полёта самолёта – запад-северо-запад.

в) Поскольку самолёт мы видим «снизу», Луна находится высоко над горизонтом, вблизи кульминации. Судя по положению терминатора, возраст Луны 8-9 суток, и кульминирует она в 19-20 часов местного времени.

г) Т.к. Луна кульминирует вблизи зенита, фото сделано в тропических широтах. (Действительно, фото сделано на северо-востоке Австралии).

ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

ВсОШ, муниципальный этап 2014

11 класс

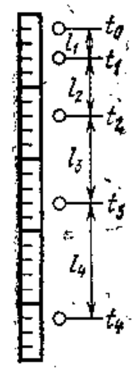
1. Ежегодно повторяются те астрономические явления, которые связаны только с движением Земли по орбите вокруг Солнца, то есть равноденствия, солнцестояния и максимумы метеорных потоков. Эти явления повторяются приблизительно в одни и те же даты, например, весеннее равноденствие приходится на 20 или 21 марта, поскольку в нашем календаре есть високосные годы. У метеорных потоков неточное повторение дат максимумов связано также и с дрейфом их радиантов. Остальные упомянутые явления либо имеют периодичность, отличную от земного года (полнолуния, затмения Солнца, затмения Луны, противостояния планет, максимумы блеска переменных звёзд), либо вообще непериодичны (появление ярких комет, вспышки сверхновых).

2. Поскольку астероид находится в противостоянии, это означает, что его положение на небесной сфере противоположно положению Солнца. Осталось лишь вспомнить порядок зодиакальных созвездий и примерные даты, когда Солнце находится в том или ином созвездии. 18 декабря Солнце находится в созвездии Стрельца (практически на границе с созвездием Змееносца), следовательно, напротив находятся созвездия Тельца и Близнецов, которые и являются возможными ответами задачи. Можно также понять, что Солнце находится практически в точке зимнего солнцестояния. Следовательно, Церера должна быть близко к точке летнего солнцестояния, которая находится на границе созвездий Близнецов и Тельца (причем, поскольку Церера не «дошла» до точки солнцестояния, Телец является более вероятным ответом).

3. Основной сложностью задачи является выяснение того, как сосчитать объем тора. Можно считать, что на каждом небольшом участке тор представляет собой «искривленный» цилиндр, объем которого, что легко показать, совпадает с объемом того же цилиндра, но «распрямленного». Т.е., объем тора оказывается равным $2\pi\ 2.5\cdot\pi(1/2)^2 = (5/4)\ \pi^2 \approx 12$ а.е.^{3}. Следовательно, на каждый астероид в среднем приходится объем $12\cdot10^{6}$а.е.^{3},а среднее расстояние между астероидами равно кубическому корню из этого объема, т.е. ≈ 0.02 а.е.

4. Поставим линейку вертикально на фоне черного полотна и осветим ее прерывистым пучком лучей, идущих от лампы через щель на равномерно вращающемся диске. Затем откроем затвор фотоаппарата и выпустим шарик из рук так, чтобы он пролетел мимо линейки. На полученном фотоснимке будет видна линейка и ряд светлых пятен, отвечающих положениям шарика в те моменты, когда на него падал свет. Расстояния l_1, l_2, l_3 и т. д. между этими положениями легко отсчитать по делениям на линейке (рис.).

Первое светлое пятно соответствует моменту, когда от начала движения прошло время, t_0, за это время шарик успел пройти расстояние $s_0 = gt_0^2/2$, где g— ускорение свободного падения на планете. Во второй раз шарик запечатлен через время t_1 от начала движения, когда он прошел путь $S_l=gt_1^2/2$. Третьему положению соответствует время t_2 и пройденный путь $S_2 = g*t_2^2/2$ и т.д. Очевидно, что $l_1=g/2[(t_0+ \tau)^2-t_0^2)]=g/2(2t_0\,\tau + \tau^2)$



Кроме того,

$l_1=s_1-s_0= g/2[(t_1^2-t_0^2)]$

$l_2=s_2-s_1= g/2[(t_2^2-t_1^2)]$

Кроме того?

$t_1=t_0+ \tau,\ \ t_2= t_1+ \tau= t_0+2\,\tau,$

где τ — интервал между двумя последовательными моментами освещения шарика, равный периоду вращения электродвигателя. После этого мы можем записать

$l_1=g/2[(t_0+\tau)^2-t_0^2)]=g/2(2t_0\tau+\tau^2)$
$l_2=g/2[(t_0+2\tau)^2-(t_0+\tau)^2-t_0^2)]=g/2(2t_0\tau+3\tau^2)$
Вычитая из второго уравнения первое, получаем
$l_1 - l_2= g\tau^2$, откуда $\boldsymbol{g = (l_1 - l_2)/\tau^2}$
Значения l_1 и l_2 отсчитываются по делениям на линейке, а τ определяется по известной частоте вращения электродвигателя.

5. Вычисления, необходимые для получения ответа, существенно упрощаются, если известна средняя плотность Солнца (1.4 г/см^3). Воспользуемся этим фактом (в противном случае схема решения останется такой же, но понадобится знание некоторых других констант - например, гравитационной постоянной).
Легко можно заметить, что радиус орбиты планеты составляет a = 2/3 а.е. Орбитальный период $P \approx 1/2$ года, поэтому можно воспользоваться **III** законом Кеплера в виде:
$$a^3/P^2=M,$$
где P выражен в годах, a - в астрономических единицах, а M - в массах Солнца. Отсюда получаем, что масса звезды M = 32/27 массы Солнца.
Также легко заметить, что угловой размер звезды на небе планеты в два раза больше, чем угловой размер Солнца - на земном. Отсюда следует, что радиус звезды составляет: $2 \cdot 2/3 = 4/3$ радиуса Солнца. Так как средняя плотность звезды прямо пропорциональна ее массе и обратно пропорциональна кубу радиуса, получаем, что плотность звезды $32/27 \cdot 27/64 = 1/2$ плотности Солнца, т.е. 0.7 г/см^3.

6. Освещенность, создаваемая точечным объектом, обратно пропорциональна квадрату расстояния до него. Соответственно, удаленная на расстояние 70 пк звезда будет создавать освещенность, в 100 раз меньшую, чем исходно. Известно, что уменьшение освещенности на два порядка соответствует увеличению звездной величины объекта на 5^m, так что ответ: 11^m.